

Wi-Fi Bant Durduran Filtreleme için Çift Kare Döngü Frekans Seçici Yüzey Tasarımı

Design of the Double Square Loop Frequency Selective Surface for Wi-Fi Band Stop Filtering

Mensur Öztürk¹, Zeynep Sıdıka Seven², Ö. Faruk Günaydın¹, Sultan Can¹, Asım Egemen Yılmaz¹

¹Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Ankara Üniversitesi

ozturkmnsr@ankara.edu.tr, ofgunaydin@ankara.edu.tr, sultancan@ankara.edu.tr, aey@ankara.edu.tr

²Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
TED Üniversitesi
zeynep.seven@tedu.edu.tr

Özet

Bu makale, çift bant durduran filtre (BDF) davranışına sahip periyodik çift kare döngü frekans seçici yüzey (ÇKD-FSY) önermektedir. FSY elemanları, çalışma ortamının içe ve dışa Wi-Fi sinyal güvenliğini sağlamak için 2,4 GHz ve 5,4 GHz merkez frekanslarında çift bantlı BDF görevi görmek üzere FR-4 alt taşı kullanılarak tasarlanmıştır. Şeritlerin genişliği, dalga geliş açısı ve polarizasyonu gibi parametrelerin çalışma frekans bandındaki iletim katsayısı üzerindeki etkisi analiz edilmiştir. Tasarım, eşdeğer devre modeli (EDM) ve modelle ilişkili kapalı form matematiksel ifadeler kullanılarak sentezlenmiştir. Tasarım, tam dalga simülasyonları ve prototip ölçüm sonuçlarıyla doğrulanmıştır. Birim hücre yapısı, 0°-45° geliş açılarında TE ve TM polarizasyonları için kararlı bir performans sağlamaktadır.

Abstract

This paper proposes a periodic double square loop frequency selective surface (DSLFS) with dual-band stop behavior. The FSS elements placed on the FR-4 substrate, acting as a dual-band stop filter on 2.4 GHz and 5.4 GHz central frequencies are designed to provide inward and outward Wi-Fi signal security in the area of interest. The effect of varying the width of the strips, angle of incidence, and polarization on the transmission coefficient in the frequency band of operation is analyzed. The design is synthesized using the equivalent circuit model (ECM) and the related closed-form mathematical expressions. The design is verified by the full wave simulations and fabricated prototype measurements. The unit-cell structure provides stable performance for TE and TM polarizations with incident angles 0°-45°.

1. Giriş

Mobil uygulamaların yaygınlaşması ve hemen hemen her elektronik cihazda kablosuz erişim ve kontrol özelliklerinin bulunması, özellikle yerel alan ağlarında tercih edilen Wi-Fi bağlantı ihtiyacını artırmıştır. Wi-Fi kullanımına ayrılan sınırlı

radio spektrumu göz önüne alındığında, yakın mesafede yaygın kullanımın komşu kablosuz ağlar arasında girişime neden olması ve iletişim hızlarını düşürmesi kaçınılmazdır [1]. Ayrıca, kablosuz ağlar, radyo menzili içindeki herkesin sinyali alabildiği yayın ağları olduğundan, yakın ağlarda güvenli kişisel iletişimle ilgili endişeler bir başka önemli sorundur. Bu nedenle, bina içlerinde Wi-Fi bandında elektromanyetik dalga yayımının kontrol altında tutulması ihtiyacı oluşabilmektedir. Bitişik ağlardan yetkisiz erişimi veya girişim etkilerini önlemenin etkin yollarından biri de uzaysal filtreler kullanmaktır [2].

Frekans seçici yüzeyler (FSY), özelleştirilebilir uzaysal filtreleme özellikleri nedeniyle araştırmacıların ilgisini çekmeye devam etmektedir. FSY, periyodik olarak dizilmiş iletken yama parçaları veya iletken bir yüzey üzerindeki periyodik yarıklar şeklinde tasarlanabilmektedir. Bu yüzeyler, frekans spektrumunda bant geçirme veya bant söndürme özelliği sergileyen düzenli periyodik yapılardan oluşmaktadır [3].

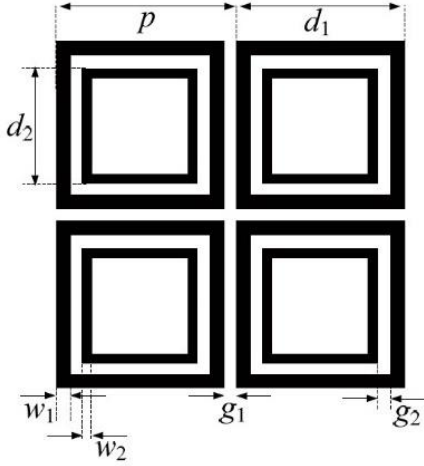
FSY'lerin tasarımı ile ilgili konular, periyodik yapının deseninin belirlenmesi ve seçilen desenin fiziksel boyutlarının hesaplanması olmak üzere iki ana kategoriye ayrılır. Bu çalışmanın ana hedefi, Wi-Fi sinyal bantlarında, $f_{r1}=2.4$ GHz ve $f_{r2}=5.4$ GHz merkez frekanslarında bant durduran filtre (BDF) tasarlamaktır.

ÇKD-FSY'nin iletim özelliği, esasen çift rezonanslı bir yapı olduğundan, isterlerimize uygun bir FSY deseni olduğu değerlendirilmiştir. Literatürde ÇKD-FSY yapıları iyi incelenmiştir. ÇKD-FSY'nin açısal kararlılık, çapraz polarizasyon, bant genişliği ve bant ayrımı açısından iyi bir performans sunduğu belirtilmektedir [4].

Devam eden kısımlarda tasarım ölçütlerine uygun desen olarak seçilen ÇKD-FSY yapısının fiziksel boyutlarının eşdeğer devre modeli ile belirlenmesi, parametrelerin optimizasyonu, sonuçların tam dalga simülasyonları ile doğrulanması işlemleri gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, birbirleriyle ve literatürde bulunan verilerle karşılaştırılmış, parametrik değişikliklerin filtreleme performansına etkileri incelenmiştir.

2. ÇKD-FSY Tasarımı

Bu bölümde, çift-bant durdurucu filtre özelliği taşıdığı için seçilen ve desen parametreleri Şekil 1’de sunulan ÇKD-FSY’nin, hedeflenen bantlardaki iletim kriterlerini sağlayan fiziksel boyutları, eşlenik devre modelinden faydalanılarak hesaplanmış, tam dalga benzetim ve üretilen prototipin ölçüm sonuçları ile doğrulanmıştır.



Şekil 1: Çift Kare Döngü FSY deseni ve parametreleri

Deseni oluşturan parametrelerden P periyodikliği, d_1 ve d_2 dış ve iç kare şeritlerin dış kenar uzunluklarını, w_1 ve w_2 dış ve iç kare şeritlerin genişliklerini, g_1 dış kare şeritler arasındaki boşluğu, g_2 ise dış ve iç kare şeritler arasındaki boşluğu ifade etmektedir.

2.1. Tasarım ve Eşlenik Devre modeli

FSY’ler, Eşdeğer Devre Modeli (EDM) aracılığıyla endüktans ve kapasitanslardan oluşan rezonans devreleri oluşturularak yaklaşık olarak temsil edilebilirler. Böylece FSY davranışını anlamayı kolaylaştıran, toplu elemanlı filtreler ile periyodik yüzeyler arasında bir analogi kurulabilmektedir. Eşdeğer Devre Modeli, basitliğinin yanı sıra, tam dalga benzetimlerinden farklı olarak, çok hızlı sonuç alınabildiği için, yapının tasarım özelliklerine ilişkin çok iyi fiziksel bakış derinliği sağlamaktadır. FSY yapısında yapılan parametrik değişikliklerin iletim ve yansıma özelliklerine etkilerinin kısa sürede elde edilmesi, EDM’yi FSY tasarımı için pratik ve ideal bir analiz yöntemi olarak öne çıkarmaktadır.

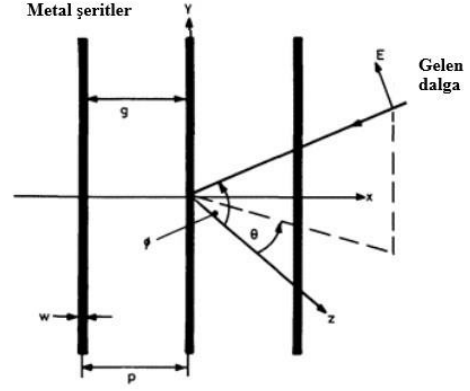
Eşdeğer devre modellemesi, Şekil 2’de verilen periyodik metalik şeritler için ilk ifadeyi geliştiren teoriye dayanmaktadır [5]. Buna göre; $w \ll p$, $d \ll p$ ve $p \ll \lambda$ olduğu durumda normalize edilmiş endüktans ve kapasitans değerleri aşağıdaki denklemlere göre hesaplanabilmektedir:

$$X_{TE} = F(p, w, \lambda) = \frac{p \cos \theta}{\lambda} \left[\ln \csc \left(\frac{\pi w}{2p} \right) + G(p, w, \lambda, \theta) \right] \quad (1)$$

$$X_{TM} = \frac{p \sec \phi}{\lambda} \left[\ln \csc \left(\frac{\pi w}{2p} \right) + G(p, w, \lambda, \theta) \right] \quad (2)$$

$$B_{TM} = 4F(p, d, \lambda) = \frac{4p \cos \phi}{\lambda} \left[\ln \csc \left(\frac{\pi d}{2p} \right) + G(p, g, \lambda, \phi) \right] \quad (3)$$

$$B_{TE} = \frac{4p \sec \theta}{\lambda} \left[\ln \csc \left(\frac{\pi d}{2p} \right) + G(p, g, \lambda, \theta) \right] \quad (4)$$



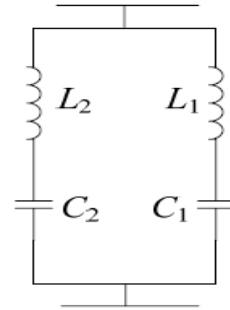
Şekil 2: Periyodik Metalik Şeritlerden Oluşan Yüzey

Denklemlerde (1-4), $G(p, g, \lambda, \theta)$ ve $G(p, w, \lambda, \theta)$ sırasıyla ilgili endüktans ve kapasitans için düzeltme faktörleridir ve Ek A’da verilmiştir.

Karmaşık yapılar ve daha yüksek dereceli modlar için eşdeğer devreye çeşitli devre elemanları eklemek mümkün olsa da modelin geçerliliği garanti edilmemektedir [6]. Bu çalışmada, FSY’nin iletim özelliklerini bulmak için temel modlarda doğru sonuçlar veren ve eğik TE ve TM polarizasyonları için de geçerli olan [7]’de geliştirilmiş eşdeğer devre modeli kullanılmıştır.

ÇKD-FSY’nin admitansı, Şekil 3’te verilen ve iki paralel LC devresinden oluşan eşdeğer devre modeli kullanılarak aşağıdaki ifadeyle hesaplanabilir:

$$Y_{LC//LC} = j\omega \left(\frac{C_1 + C_2 - \omega^2 C_1 C_2 (L_1 + L_2)}{(1 - \omega^2 L_1 C_1)(1 - \omega^2 L_2 C_2)} \right) \quad (5)$$



Şekil 3: ÇKD-FSY Eşdeğer Devre Modeli

Y daha kompakt bir biçimde aşağıdaki gibi de yazılabilir:

$$Y_{LC//LC} = j \left[\left(\frac{B_1}{1 - X_1 B_1} \right) + \left(\frac{B_2}{1 - X_2 B_2} \right) \right] \quad (6)$$

(5-6)’daki terimler [4]’de verilmiştir:

$$B_1 = \omega C_1 = 0.75 \cdot B_{1p} \cdot (d_1/p) \quad (7)$$

$$B_2 = \omega C_2 = \frac{B_{1p} B_{2p}}{B_{1p} + B_{2p}} \cdot (d_2/p) \quad (8)$$

$$B_{1p} = 4.0 \cdot \epsilon_{eff} \cdot F(p, g_1, \lambda) \quad (9)$$

$$B_{2p} = 4.0 \cdot \epsilon_{eff} \cdot F(p, g_2, \lambda) \quad (10)$$

$$X_1 = \omega L_1 = 2.0 \cdot \frac{X_{1p} X_{2p}}{X_{1p} + X_{2p}} \cdot (d_1/p) \quad (11)$$

$$X_2 = \omega L_2 = F(p, 2w_2, \lambda) \cdot (d_2/p) \quad (12)$$

$$X_{1p} = F(p, w_1, \lambda) \quad (13)$$

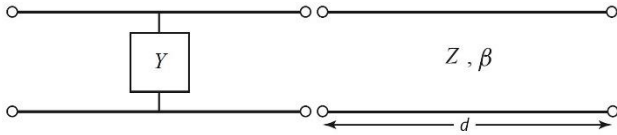
$$X_{2p} = F(p, w_2, \lambda) \quad (14)$$

Analizlerin büyük bir kısmında, etkin dielektrik geçirgenlik $\epsilon_{eff} = 0.5(\epsilon_r + 1)$ olarak hesaplanmaktadır. Bu çalışmada gerçekleştirilen tasarımda, FSY ince bir dielektrik tabaka üzerine yerleştirildiğinden, daha doğru sonuçlar için, periyodik yüzeyi çevreleyen tekdüze ortamın etkin geçirgenliği için aşağıdaki ifade kullanılmıştır [8]:

$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} - \frac{\epsilon_r - 1}{2} \exp\left(\frac{-10hN}{P}\right) \quad (15)$$

Burada P, h sırasıyla periyodikliği ve dielektrik kalınlığını ifade etmektedir, N metal dolgu miktarına tersine hareketle değişen bir parametredir. Etkin geçirgenlik hesaplanmasında benzer bir yaklaşım [9]'te kullanılmıştır.

Bu çalışmada incelenen tasarım, ince bir dielektrik alt taş üzerine yerleştirilmiş ÇKD-FSY yapısıdır. Bu durumda, iki kapılı devre elemanları dikkate alınarak tasarım, Şekil 4'te gösterildiği gibi bir admittans (Y) devresi ve bir iletim hattının kademeli bağlantısı ile temsil edilebilmekte ve her devre için ABCD parametreleri şu şekilde verilmektedir [10]:



Şekil 4: Y devresi ve iletim hattından oluşan iki portlu ağ

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{ÇKD-FSY}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_{DSLFS} & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{dielektrik}} = \begin{bmatrix} \cos(k_z d) & jZ \sin(k_z d) \\ j \sin(k_z d)/Z & \cos(k_z d) \end{bmatrix} \quad (17)$$

Burada $Y_{\text{ÇKD-FSY}}$ frekans seçici yüzeyin admittansını, Z ise TE ve TM polarizasyonu için alt taşın karakteristik empedansını, d dielektrik alt taşın kalınlığını ve $k_z = k_0 \sqrt{(\epsilon_r - \sin^2 \theta)}$ dalga sayısının normal bileşenini, θ, k_0 ve ϵ_r ise sırasıyla dalga geliş açısını, serbest uzay yayılma sabitini ve bağıl dielektrik geçirgenliği ifade etmektedir.

Buradan, bir dielektrik alt taş ile ÇKD-FSY'nin birleşiminden oluşan yapının ABCD matrisi, her katmanın ABCD matrislerinin çarpımı olarak ifade edilmektedir:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{ÇKD-FSY}} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{dielektrik}} \quad (18)$$

Serbest duran FSY yapıları için s-parametreleri aşağıdaki bağıntı kullanılarak bulunmaktadır [10]:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A+B-C-D}{\Delta} & \frac{2(AD-BC)}{\Delta} \\ \frac{2}{\Delta} & \frac{-A+B-C+D}{\Delta} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Burada $\Delta = A + B + C + D$ dir.

2.2. Desen Parametreleri

Şekil 1'de verilen desen parametrelerinin geometrik ölçülerinin hesaplanmasında öncelikle periyodikliğin belirlenmesi gerekmektedir. FSY performansını olumsuz etkileyen ızgara

loblarının ortaya çıkışlarını önlemek için, tasarımın çalışması beklenen en düşük dalga boyu ve en yüksek geliş açısı dikkate alınarak aşağıdaki koşulu sağlayan periyodiklik hesaplanmalıdır [11].

$$\lambda_g \geq P(1 + \sin(\theta)) \quad (20)$$

İzgara loblarının başladığı dalga boyu (λ_g), yalnızca geliş açısına (θ), ve elemanlar arası mesafeye (P) bağlıdır ve başka hiçbir şeye bağlı değildir [11]. λ_g 'den daha uzun dalga boyları (veya c/λ_g 'den daha küçük frekanslar) için tek yayılma modu temel moddur [6]. Normal geliş açısında, ızgara loblarının dalga boyu FSY periyodikliğine eşittir.

Bu çalışmada üretilen prototipin ölçümleri WR229 dalga kılavuzunda yapılması planlandığından, birim hücre periyodikliği dalga kılavuzunun kısa kenar ölçüsü olan 29.083 mm ebadına göre sabitlenmiştir. Bu durumda en büyük geliş açısı hassasiyeti, (20) kullanılarak yaklaşık 45° hesaplanmıştır.

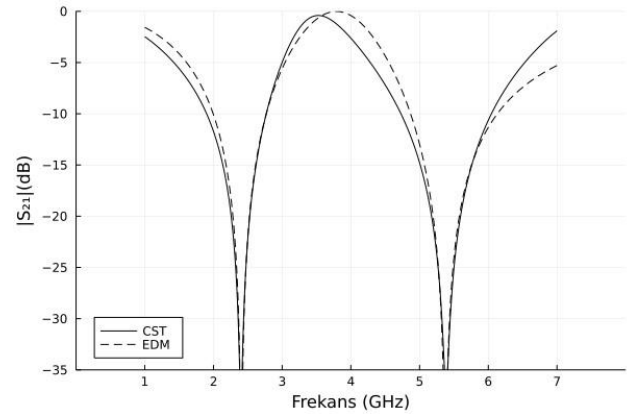
Belirlenen ölçütler ve EDM ile verilen formülasyon kullanılarak Julia ortamında yapılan çözümlemeler sonucunda tasarımı oluşturan desen parametrelerinin değerleri hesaplanmıştır. Tasarımın boyutları Çizelge 1'de sunulmuştur.

Çizelge 1: Tasarımın Desen Parametreleri ve Değerleri (mm)

P	g_1	g_2	w_1	w_2
29.083	3	3.35	2.8	1

Tasarımda alt taş olarak bağıl dielektrik geçirgenliği (ϵ_r) 4.4, kalınlığı 1.58 mm olan FR-4 kullanılmıştır.

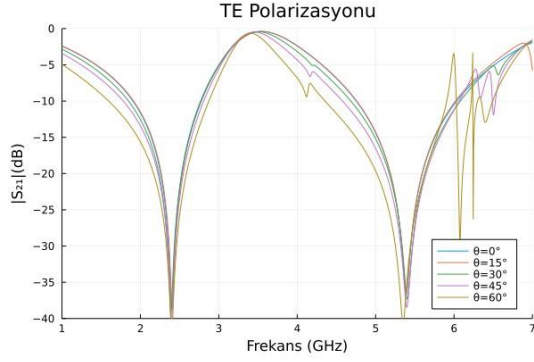
Tasarımın, EDM ve CST benzetimlerinden elde edilen frekans yanıtı Şekil 5'te sunulmuştur. Etkin dielektrik geçirgenliği (ϵ_{eff}) 1.77 olarak hesaplanmıştır. EDM ve CST sonuçlarının çok iyi örtüştüğü görülmektedir. Çizelge 1'de sunulan desen parametrelerinin (7-8) ve (11-12) denklemlerinde yerine konularak hesaplanan eşdeğer devre elemanlarının endüktans ve kapasitans değerleri Çizelge 2'de verilmiştir.



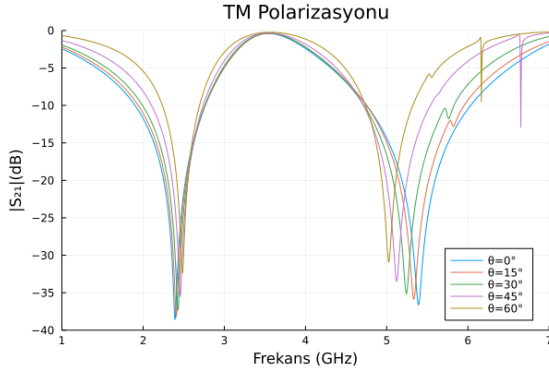
Şekil 5: Tasarımın İletim Grafiği

Çizelge 2: Eşdeğer Devre Elemanlarının Değerleri

L_1 (nH)	L_2 (nH)	C_1 (pF)	C_2 (pF)
12.13	6.616	0.361	0.133



Şekil 6: TE polarizasyon, farklı geliş açılarında iletim grafiği

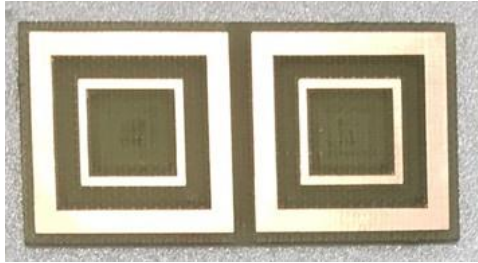


Şekil 7: TM polarizasyon, farklı geliş açılarında iletim grafiği

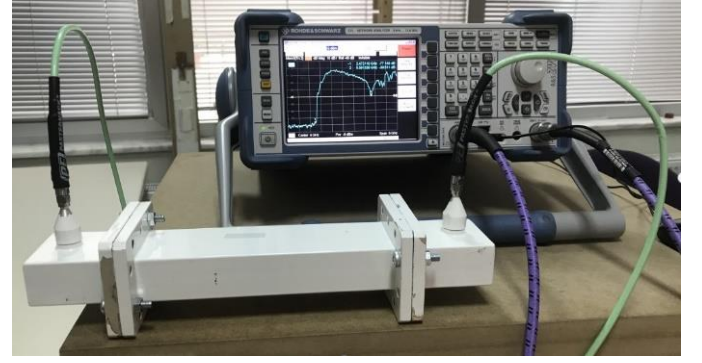
Tasarımın farklı geliş açlarına göre performansını değerlendirmek üzere yapılan CST benzetim sonuçları, TE ve TM polarizasyonlarında sırasıyla Şekil 6 ve Şekil 7'de gösterilmektedir. TE polarizasyon için, ilk rezonans frekansının 2.4 GHz'de oldukça sabit kaldığı, bant genişliğinin geliş açısı arttıkça hafifçe arttığı görülmektedir. Üst bantta, geliş açıları arttıkça, rezonans frekansı ihmal edilebilecek kadar küçük bir düşüş göstermektedir, ancak 45°'den daha fazla geliş açısıyla yeni bir alt rezonans frekansı ortaya çıkmaktadır.

2.3. Üretilen Prototip

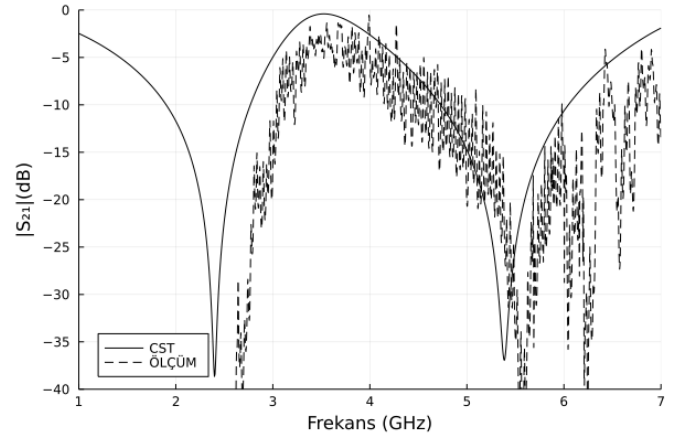
EDM ve CST simülasyonlarıyla elde edilen veriler doğrultusunda ÇKD-FSY prototipi, WR229 dalga kılavuzu boyutlarında (29.083-58.166mm) LPKF S63 cihazı kullanılarak üretilmiş ve Şekil 8'de sunulmuştur. Şekil 9'da verilen test düzeneğinde ölçümler yapılmış ve sonuçları Şekil 10'da sunulmuştur.



Şekil 8: Üretilen ÇKD-FSY Prototipi



Şekil 9: Test Düzeneği



Şekil 10: Ölçüm Sonuçları

Ölçümlerde kullanılan dalga kılavuzunun ilk iki temel mod kesim frekansları 2.577 ve 5.154 GHz olarak verilmiştir. FSY'nin ilk rezonans frekansı olan 2.4 GHz, kesim frekansının altında kaldığından ölçüm sonuçlarında tam olarak görülememiştir. Ölçüm ve benzetim sonuçları arasındaki farklılığa, prototipin dalga kılavuzuna yerleştirilmesindeki hatalar, ölçüm düzeneğinin bulunduğu ortam gürültüsü ve ağ kaynaklı dalgalanmalar sebep olabilmektedir. Bunlara ek olarak alt taşı malzemesinin yüksek frekanslardaki kaybının fazla olması da bu farklılığa sebep olabilmektedir.

3. Sonuçlar

Wi-Fi frekans bantlarında çalışan, kabul edilebilir bant genişliğinde ve polarizasyondan bağımsız kabul edilebilecek davranış sergileyen, çift kare döngü frekans seçici yüzey (ÇKD-FSY) yapılarından faydalanılarak bant durdurucu uzaysal filtre tasarlanmıştır. Tasarım, 0°-45° aralığında açısal kararlılık yönüyle gayet iyi bir performans göstermektedir. Ölçüm ve simülasyon sonuçlarının da desen yapısı itibarıyla oldukça tutarlı olduğu görülmektedir.

Ayrıca, FSY tabanlı filtreleme yapısının optimum ve verimli tasarımı için daha az hesaplama maliyeti ve süresi olan EDM kullanılmıştır. Tam dalga analiz sonuçlarıyla örtüşen sonuçlar, yöntemin uzaysal filtreleme için farklı FSY desenlerinin tasarımı için de kullanılabileceğini göstermektedir.

Bu ve benzeri çalışmalarda esas olan Eşdeğer Devre Modelinin geçerliliği ve doğruluğudur. Özellikle alt taşı tasarımlarında, EDM ve tam dalga analizi arasındaki uyumsuzlukların düzeltilmesi için

efektif dielektrik geçirgenliğin çok önemli bir rol oynadığı görülmektedir. EDM ile gerçeğe en yakın sonuçları elde etmek için etkin dielektrik geçirgenlik doğru modellenmelidir.

4. Kaynaklar

- [1] M. Kartal, D. Bora ve G. İsmail, «Design for the structural surface material enabling shielding for interference mitigation within the buildings in the unlicensed 2.4ghz ISM band,» %1 içinde *2011 XXXth URSI General Assembly and Scientific Symposium*, İstanbul, 2011.
- [2] X. Xiong, W. Hong, Z. Zhao, L. Deng ve S. Li, «WiFi band-stop FSS for increased privacy protection in smart building,» %1 içinde *2015 IEEE 6th International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation, and EMC Technologies (MAPE)*, Shanghai, 2015.
- [3] R. S. Anwar, L. Mao ve H. Ning, «Frequency Selective Surfaces: A Review,» *Applied Sciences*, cilt 8, no. 9, p. 1689, 2018.
- [4] A. Yılmaz ve M. Kuzuoglu, «Design of the square loop frequency selective surfaces with particle swarm optimization via the equivalent circuit model,» *Radioengineering*, cilt 18, no. 2, pp. 95-102, 2009.
- [5] N. Marcuwitz, *Waveguide Handbook*. 1st ed., New York: McGraw-Hill, 1951.
- [6] F. Costa, A. Monorchio ve G. Manara, «An overview of equivalent circuit modeling techniques of frequency selective surfaces and metasurfaces,» *ACES J*, cilt 29, no. 14, pp. 960-976, Dec. 2014.
- [7] C. K. Lee ve R. J. Langley, «Equivalent-circuit models for frequencyselective surfaces at oblique angles of incidence,» *In IEE Proceedings H (Microwaves, Antennas and Propagation)*, cilt 132, no. 6, pp. 395- 399, 1985.
- [8] F. Costa, A. Monorchio ve G. Manara, «Efficient analysis of frequency selective surfaces by a simple equivalent circuit model,» *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, cilt 54, no. 4, pp. 35-48,, 2012.
- [9] R. P. Varun Chaudhary, «ECM Enabled Whale optimization assisted facile design of dual-band conformal FSS for WLAN shielding applications,» *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, cilt 35, no. 9, pp. 1261-1272, 2021.
- [10] D. Pozar, *Microwave Engineering*, John Wiley and Sons, 2012.
- [11] B. A. Munk, *Frequency Selective Surfaces: Theory and Design*, New York : John Wiley and Sons, 2000.
- [12] M. ARCHER, «Wave reactance of thin planar strip gratings,» *International Journal of Electronics*, cilt 58 , no. 2, p. 187 – 230, 1985.

Ek A

Endüktif şerit ızgaraların normalize edilmiş dalga reaktanslarının genel ifadeleri [12]'de türetilmiştir. Birinci dereceden düzeltme faktörü $G()$ bu ifadelerden aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$G(p, d, \lambda, \frac{\theta}{\phi}) = \frac{A}{B} \quad (A.1)$$

burada

$$A = 0.5(1 - \beta^2)^2 \left[\left(1 - \frac{\beta^2}{4}\right) (C_{+1} + C_{-1}) + 4\beta^2 C_{+1} C_{-1} \right] \quad (A.2)$$

$$B = \left(1 - \frac{\beta^2}{4}\right) + \beta^2 \left(1 + \frac{\beta^2}{2} - \frac{\beta^4}{8}\right) (C_{+1} + C_{-1}) + 2\beta^6 C_{+1} C_{-1} \quad (A.3)$$

Burada $\beta = \sin \pi \omega / 2p$ 'dir. Birinci derece $C_{\mp 1}$ katsayıları aşağıdaki gibi hesaplanır:

TE polarizasyon için

$$C_{\pm 1}^{TE} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{p \sin \theta}{\lambda} \pm 1\right)^2 - \frac{p^2}{\lambda^2}}} - 1 \quad (A.4)$$

TM polarizasyon için

$$C_{\pm 1}^{TM} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{p \cos \phi}{\lambda}\right)^2}} - 1 \quad (A.5)$$